Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

1ο διαγώνισμα, 6/10/2015.

Find the eigenvalues and the eigenvectors of the matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -i \\ 0 & 1 & 1 \\ i & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Make sure that eigenvectors are normalized i.e $\langle\psi|\psi\rangle = 1$.
Bonus: check if eigenvectors are orthogonal, i.e $\langle\psi|\psi'\rangle = 0$ when $\psi \neq \psi'$.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

2ο διαγώνισμα, 13/10/2015.

In a system with two levels, the Hamiltonian (energy), $\mathcal{H}$, and some observable, $\mathcal{B}$, have the representation given below. Eigenvalues and eigenvectors are given in brackets. The system is initially described by state $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$.

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \qquad \left\{\epsilon_1 = 0, \quad |\epsilon_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}, \left\{\epsilon_2 = a, \quad |\epsilon_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$$

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}, \qquad \left\{b_1 = -b, \quad |b_1\rangle = \begin{pmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}\right\}, \left\{b_2 = b, \quad |b_2\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}\right\}$$

(a) Calulate the commutator $[\mathcal{H}, \mathcal{B}]$.

(b) Prove that states $\{|b_1\rangle, |b_2\rangle\}$ form a complete basis for this Hilbert space.

(c) If we measure the energy, what are the possible outcomes? what is the probability for each result? what is the average value of the results of many measurements in identical systems?

(d) The same question for measuring the propery $\mathcal{B}$.

(e) Suppose we measure $\mathcal{B}$ and we find value $-b$. What is the state vector $|\psi\rangle$ that describes the system directly after the measurement? Repeat question (d) after this measurement.

(f) (Bonus) Find the state vector $|\psi(t)\rangle$ at time t after the measurement described in (e).

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

3ο διαγώνισμα, 20/10/2015.

In a system with two levels, the Hamiltonian, $\mathcal{H}$, and some observable, $\mathcal{B}$, are represented by $\mathcal{H} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 4a \end{pmatrix}$, $\quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$. The state of the system is $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ i/2 \end{pmatrix}$.

(a) Prove that:

$$\langle \mathcal{H} \rangle = 7a/4, \quad \langle \mathcal{H}^2 \rangle = 19a^2/4, \quad \langle \mathcal{B} \rangle = 0, \quad \langle \mathcal{B}^2 \rangle = b^2, \quad \langle [\mathcal{H}, \mathcal{B}] \rangle = -3i\sqrt{3}ab/2.$$

(b) Calculate the uncertainties $\Delta\mathcal{H}$, $\Delta\mathcal{B}$. Verify that the uncertainty principle holds.

(c) This system describes a particle that is confined in an one-dimensional box of length $L = 2$ nm. The system is restricted to two states: the ground state and the first excited state, and $\mathcal{B} = x - L/2$. Calculate the values of a and b.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

4ο διαγώνισμα, 27/10/2015.

Στο μοντέλο Einstein, οι θερμικές ταλαντώσεις των ατομων του Fe περιγράφονται σαν ταλάντωση ενός σώματος μάζας $m = A/N_A$ με συχνότητα $\omega = 8.5$ THz. Το ατομικό βάρος του Fe ειναι $A = 55.8$ g/mol.

(α) Υποθέστε ότι το άτομο βρισκεται σε ιδιοκατάσταση της Χαμιλτωνιανής τέτοια ώστε $E = \frac{3}{2}k_B T$. Βρειτε τον κβαντικό αριθμό n της κατάστασης για $T = 300K$. (2)

(β) Υπολογίστε την αβεβαιότητα θέσης για αυτή την κατάσταση. Δώστε αποτέλεσμα σε Å και συγκρίνετε με την απόσταση γειτονικών ατομων στον Fe, $d = 2.5$ Å. (2+1)

(γ) Έστω τώρα ότι το άτομο βρισκεται στην κατάσταση $N(|0\rangle - 3|4\rangle)$. Επαναλάβετε το ερώτημα (β). (4+1)

According to the Einstein model, thermal vibrations of Fe are described by the vibrations of a mass $m = A/N_A$ at frequency $\omega = 8.5$ THz. Atomic mass of Fe is $A = 55.8$ g/mol.

(α) Assume that the Fe atom is in an eigenstate of the Hamiltonian such that $E = \frac{3}{2}k_B T$ Find the quantum number, n, of this state for $T = 300K$. (2)

(β) Calculate the position uncertainty for this state. Express your result in Å and ompare with the nearest-neighbor distance in Fe, $d = 2.5$ Å. (1+2)

(γ) Now assume that the state of the atom is $N(|0\rangle - 3|4\rangle)$. Repeat question (β). (4+1)

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

5ο διαγώνισμα, 3/11/2015.

Αποδειξτε ότι η κυματοσυνάρτηση $\psi(x,y,z) = x^2+y^2-2z^2$ είναι ταυτόχρονα ιδιοκατάσταση του l^2 και του l_z με ιδιοτιμές $l(l+1)\hbar^2$ και $m\hbar$ αντίστοιχα. Υπολογιστε τα l και m. Βρείτε μια ιδιοκατάσταση των ίδιων τελεστών που να έχει την ίδια ιδιοτιμή για τον l^2 και την μεγαλύτερη δυνατή ιδιοτιμή για τον l_z.

Show that the wavefunction $\psi(x,y,z) = x^2+y^2-2z^2$ is a simultaneous eigenstate of l^2 and l_z with eigenvalues $l(l+1)\hbar^2$ and $m\hbar$, respectively. Determine l and m. Find another eigenstate of the same operators that has the same eigenvalue for l^2 and the maximum possible eigenvalue for l_z.

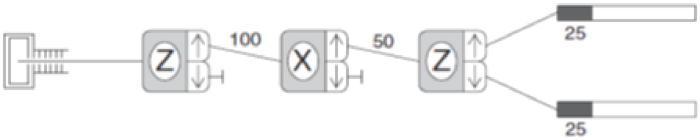
Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

6ο διαγώνισμα, 10/11/2015.

For a spin-1/2 system, $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} ae^{i\theta} \\ b \end{pmatrix}$, with $a, b, \theta > 0, \quad a^2 + b^2 = 1$. Show that $\Delta s_x = \frac{\hbar}{2}\sqrt{1 - 4ab\cos\theta}, \quad \Delta s_y = \frac{\hbar}{2}\sqrt{1 - 4ab\sin\theta}, \quad \Delta s_z = \frac{\hbar}{2}\sqrt{1 - 4(a^2 - b^2)}$.

<u>Bonus question: The Athanasiou Paradox</u>

We measure s_z and find result $\hbar/2$, and after that we measure s_x. Prove that the probability of finding $\hbar/2$ is 50%. After the measurement of s_x that gave result $\hbar/2$,show that the probability to find result $\hbar/2$ in a measurement of s_z is again 50%.

(a)


Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

7ο διαγώνισμα, 24/11/2015.

Two identical non-interacting fermions of spin $s = 1/2$ and mass m move in a one-dimensional box of length L. Take $m = \hbar = L = 1$. The total spin quantum number is $S = 1$ (parallel spins) and the system is at the state of lowest total energy.

(a) Calculate the energy of the system.

(b) What is the wavefunction $\psi(x_1, x_2)$ of the system?

(c) Repeat (a) and (b) for $S = 0$.

Δυο ταυτόσημα μη αλληλεπιδρώντα φερμιόνια με σπιν $s = 1/2$ και μάζα m κινούνται σε μονοδιάστατο κουτί μήκους L. Πάρτε $m = \hbar = L = 1$. Ο κβαντικός αριθμός του συνολικού σπιν ειναι $S = 1$ (παράλληλα σπιν) και το σύστημα ειναι στην κατάσταση της χαμηλότερης συνολικής ενέργειας. (a)Υπολογίστε την ενέργεια του συστήματος. (b) Ποια ειναι η κυματοσυνάρτηση $\psi(x_1, x_2)$ του συστήματος; (c) Επαναλάβετε τα (α) και (β) για $S = 0$.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών: 1ο διαγώνισμα, 3/10/2016.

Όνομα: ____

Έστω ο χώρος Χίλμπερτ των συναρτήσεων, ψ, που μηδενίζονται στο $\pm\infty$ και είναι κανονικοποιημένες, δηλαδή $\int_{\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$.

(α) Αποδείξτε ότι ο τελεστής της δεύτερης παραγώγου, $A = \dfrac{d^2}{dx^2}$ είναι ερμιτιανός.

(β) Αποδείξτε ότι ο τελεστής $B = a\dfrac{d^2}{dx^2} + ib\dfrac{d}{dx} + c \quad (a, b, c \in \mathbb{R})$ είναι ερμιτιανός.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών

2ο διαγώνισμα, 10/10/2016. Βαθμολογία: 2 μονάδες ανά ερώτημα.

Σε σύστημα με δυο κβαντικές καταστάσεις, κάποιο φυσικό μέγεθος περιγράφεται από τον πίνακα $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(α) Αποδείξτε ότι οι ιδιοτιμές και ιδιοανύσματα του $\mathcal{A}$ είναι

$$\left\{\alpha_1 = -1, \quad |-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}\right\} \quad \text{και} \quad \left\{\alpha_2 = 9, \quad |9\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}\right\}.$$

(β) Ποια θα είναι τα πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης του $\mathcal{A}$;

(γ) Ποια η πιθανότητα του κάθε αποτελέσματος;

(δ) Ποια θα είναι η αναμενόμενη (μέση) τιμή των μετρήσεων;

(ε) $U = \frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Υπολογίστε τους πίνακες $E = UU^\dagger$ και $\mathcal{B} = U^\dagger \mathcal{A} U$.

(στ) Υπολογίστε τους πίνακες $C = |-1\rangle\langle -1| + |9\rangle\langle 9|$ και $D = -|-1\rangle\langle -1| + 9|9\rangle\langle 9|$.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών: 3ο διαγώνισμα, 17/10/2016.

Όνομα: ______________________________

Σωμάτιο είναι εγκλωβισμένο σε νανοκαλώδιο μήκους L, και η κατάστασή του για $t = 0$ περιγράφεται από την $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(x) + \psi_2(x))$. Υπολογίστε για μεταγενέστερο χρόνο, t: (α) τη μέση θέση (β) τη μέση ορμή (γ) την μέση ενέργεια του σωματίου.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών: 4ο διαγώνισμα, 24/10/2016.

Όνομα: ______________________________

Σώμα μάζας m κινείται σε μια διάσταση και έχει δυναμική ενέργεια $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$. Η κατάστασή του περιγράφεται από την $\psi(x) = Ne^{-2x^2/x_0^2}$.

Με δεδομένα $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} = 0.25$ Å και $\hbar\omega$ = 0.1 eV, υπολογίστε:

(α) την σταθερά κανονικοποίησης N.

(β) την μέση κινητική ενέργεια του σώματος

(γ) την μέση δυναμική ενέργεια του σώματος.

(δ) την πιθανότητα μια μέτρηση της ενέργειάς του να δώσει αποτέλεσμα μικρότερο του 0.1 eV.

Υπόδειξη: Αν $f(x) = f(-x)$ τότε $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 2\int_0^{+\infty} f(x)dx$

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών: 5ο διαγώνισμα, 24/10/2016.

Όνομα: ____

Κβαντικό σύστημα περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση $\psi(\theta, \phi) = N \sin\theta \cos\phi$. Η Χαμιλτονιανή του συστήματος είναι $H = \frac{\omega}{\hbar} l^2$, όπου l ο τελεστής της στροφορμής και ω σταθερά.

Υπολογίστε:

(α) την σταθερά κανονικοποίησης N.

(β) την μέση τιμή της συνιστώσας lz της στροφορμής.

(γ) το ίδιο με το (β) αλλά μετά από χρόνο $t = \frac{20\pi}{\omega}$.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών: 6ο διαγώνισμα, 7/11/2016.

Όνομα: ______________________________

Σωμάτιο έχει σπιν 1/2 και περιγράφεται από την κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|+\rangle + \frac{i\sqrt{3}}{2}|-\rangle$. Μετράται η προβολή του σπιν στον άξονα y.

1) Ποια θα είναι τα πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης;

2) Ποια η πιθανότητα του κάθε αποτελέσματος;

3) Ποια η μέση τιμή των μετρήσεων;

4) Ποια η αβεβαιότητα των μετρήσεων;

Έστω ότι στο η μέτρηση της προβολής του σπιν στον άξονα y έδωσε την μεγαλύτερη δυνατή τιμή. Αμέσως μετά, ξαναμετράται η προβολή του σπιν στον άξονα y.

5) Ποια θα είναι τα πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης;

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών: 7ο διαγώνισμα, 14/11/2016.

Όνομα: ______________________________

Δυο φερμιόνια με μάζα m και σπιν 1/2 κινούνται με δυναμική ενέργεια $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ ενώ δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Βρίσκονται στην κατάσταση με συνολικό σπιν $S = 0$ και η ενέργεια του συστήματος είναι η ελάχιστη δυνατή.

(α) Γράψτε την κυμοτοσυνάρτηση $\Psi(x_1, x_2)$ και υπολογίστε την ολική ενέργεια του συστήματος.

(β) Υπολογίστε την μέση τιμή $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle$.

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών, διαγώνισμα 1, 5/10/2017

Όνομα: ____

Consider the one-dimensional wave function

$$\psi(x) = A(x/x_0)^n e^{-x/x_0},$$

where A, n and x_0 are constants.

(a) Using **Schrödinger's** equation, find the potential $V(x)$ and energy E for which this wave function is an eigenfunction. (Assume that as x $\to \infty$, V(z) $\to$ 0).

Θεωρητική Επιστήμη Υλικών, διαγώνισμα 1, 5/10/2017

Όνομα: ____

Consider the one-dimensional wave function

$$\psi(x) = A(x/x_0)^n e^{-x/x_0},$$

where A, n and x_0 are constants.

(a) Using **Schrödinger's** equation, find the potential $V(x)$ and energy E for which this wave function is an eigenfunction. (Assume that as x $\to \infty$, V(z) $\to$ 0).

Solution:

(a) Differentiating the given wave function,

$$\frac{d}{dx}\psi(x) = A\frac{n}{x_0}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{n-1} e^{-x/x_0} + A\left(\frac{x}{x_0}\right)^n \left(-\frac{1}{x_0}\right) e^{-x/x_0},$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = A\frac{n(n-1)}{x_0^2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{n-2} e^{-x/x_0}$$

$$- 2A\frac{n}{x_0^2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{n-1} e^{-x/x_0} + A\frac{1}{x_0^2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{n} e^{-x/x_0}$$

$$= \left[\frac{n(n-1)}{x^2} - 2\frac{n}{x_0 x} + \frac{1}{x_0^2}\right]\psi(x),$$

and substituting it in the time-independent Schrödinger equation

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} d^2/dx^2 + V(x)\right)\psi(x) = E\psi(x),$$

we have

$$E - V(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{n(n-1)}{x^2} - \frac{2n}{x_0 x} + \frac{1}{x_0^2}\right].$$

As $V(x) \to 0$ when x $\to \infty$, we have $E = -\hbar^2/2mx_0^2$ and hence

$$V(x) = \frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{n(n-1)}{x^2} - 2n/x_0 x\right].$$

Ηλεκτρόνιο στο άτομο As έχε Χαμιλτωνιανή, H, για την οποία:

$$
\begin{aligned}
H|{}^4S_{\frac{3}{2}}\rangle &= -9.83|{}^4S_{\frac{3}{2}}\rangle, & &\text{(ενέργειες σε eV)} \\
H|{}^2D_{\frac{3}{2}}\rangle &= -8.52|{}^2D_{\frac{3}{2}}\rangle, & H|{}^2D_{\frac{5}{2}}\rangle &= -8.48|{}^2D_{\frac{5}{2}}\rangle, \\
H|{}^2P_{\frac{1}{2}}\rangle &= -7.58|{}^2P_{\frac{1}{2}}\rangle, & H|{}^2P_{\frac{3}{2}}\rangle &= -7.52|{}^2P_{\frac{3}{2}}\rangle.
\end{aligned}
$$

Ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην υβριδική κατάσταση

$$|\psi\rangle = A\left(0.3|{}^4S_{\frac{3}{2}}\rangle + 0.4|{}^2D_{\frac{3}{2}}\rangle + 0.5|{}^2P_{\frac{3}{2}}\rangle\right)$$

(α) Υπολογίστε την σταθερά A ώστε $\langle\psi|\psi\rangle = 1$.
(β) Βρείτε την πιθανότητα η ενέργεια, E, του ηλεκτρονίου να μετρηθεί -9 eV $\leq E \leq -8$ eV.
(γ) Υπολογίστε την αναμενόμενη τιμή της ενέργειας, $\langle E\rangle$.
(δ) Βρείτε μια κυματοσυνάρτηση $|\psi_2\rangle$ τέτοια ώστε $\langle E\rangle = -9.5$ eV.
(ε) Βρείτε μια κυματοσυνάρτηση $|\psi_3\rangle$ τέτοια ώστε $\langle\psi_3|\psi\rangle = 0$

ΜΕΤΥ-502, 3ο διαγ. 19/10/2017. Όνομα: ______________________________

Ηλεκτρόνιο έχει κυματοσυνάρτηση (θεωρούμε $L = 1, m = 1, \hbar = 1$)

$$\psi(x) = \begin{cases} 0, \quad x < 1, \\ a(1 - x^2), \quad -1 \leq x \leq 1, \\ 0, \quad x > 1. \end{cases}$$

(α) Αποδείξτε ότι $a \approx 0.97$.
(β) Αποδείξτε ότι η αβεβαιότητα του x^3 είναι $\Delta x^3 \approx 0.15$.
(γ) Αποδείξτε ότι η αβεβαιότητα ορμής είναι $\Delta p \approx 1.58$.
(δ) Απο τις παραπάνω τιμές προκύπτει ότι $\Delta x^3 \Delta p \approx 0.24$. Επαληθεύστε ότι ισχύει η αρχή της αβεβαιότητας.

ΜΕΤΥ-502, 4ο διαγ. 26/10/2017. Όνομα: ______________________________

(α) Δείξτε ότι για τις ιδιοσυναρτήσεις $\psi_n(x)$ της χαμιλτονιανής του αρμονικού ταλαντωτή για $\hbar = 1, m = 1, \omega = 1$ ισχύουν οι σχέσεις

$$x\psi_n(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{n}\psi_{n-1}(x) + \sqrt{n+1}\psi_{n+1}(x)\right) \quad \text{και} \quad \psi_n'(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{n}\psi_{n-1}(x) - \sqrt{n+1}\psi_{n+1}(x)\right)$$

(β) Απο το (α) και την $\psi_n(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2^n n!\sqrt{\pi}}} H_n(x) e^{-x^2/2}$, δείξτε ότι τα πολυώνυμα Hermite ικανοποιούν τις αναδρομικές σχέσεις

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x) \quad \text{και} \quad H_n'(x) = 2nH_{n-1}(x).$$

ΜΕΤΥ-502, 5ο διαγ. 2/11/2017. Όνομα: ____________________

Κβαντικό σύστημα περιγράφεται από την κατάσταση

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|22\rangle + |21\rangle\right),$$

$$\text{όπου} \quad \ell^2|lm\rangle = \hbar^2 l(l+1)|lm\rangle \quad \text{και} \quad \ell_z|lm\rangle = \hbar m|lm\rangle.$$

Βρείτε την μέση τιμή και αβεβαιότητα (α) του ℓ^2 (β) του ℓ_z (γ) του ℓ_x.

ΜΕΤΥ-502, 6ο διαγ. 9/11/2017. Όνομα: ____

Κβαντικό σύστημα περιέχει δυο σωματίδια με σπιν 1/2. Μετράται ταυτόχρονα το s_y του πρώτου σώματος και το s_x του δεύτερου σώματος. Και οι δυο μετρήσεις έδωσαν αποτέλεσμα $\hbar/2$.

(α) Δείξτε ότι μετά την μέτρηση το σύστημα είναι στην κατάσταση

$$|\psi\rangle = -\frac{i}{2}|+\rangle|+\rangle + \frac{1}{2}|-\rangle|+\rangle - \frac{i}{2}|+\rangle|-\rangle + \frac{1}{2}|-\rangle|-\rangle.$$

Αμέσως μετά, μετράται το συνολικό σπιν στον άξονα z, δηλαδή ο S_z.

(β) Ποια είναι τα δυνατά αποτελέσματα της μέτρησης;

(γ) Ποια η πιθανότητα του κάθε αποτελέσματος;

(δ) Βρείτε την μέση τιμή και την αβεβαιότητα των μετρήσεων.

Δίνονται ιδιοκαταστάσεις των τελεστών του σπιν 1/2:

$$|+_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, |-_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}, |+_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-i\\1\end{pmatrix}, |-_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}i\\1\end{pmatrix}, |+\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

ΜΕΤΥ-502, 7ο διαγ. 16/11/2017. Όνομα: ________________

Δυο ταυτόσημα μη αλληλεπιδρώντα φερμιόνια με σπιν $s = 1/2$ και μάζα m κινούνται σε αρμονικό ταλαντωτή συχνότητας ω. Πάρτε $m = \hbar = \omega = 1$. Ο κβαντικός αριθμός του συνολικού σπιν ειναι $S = 1$ (παράλληλα σπιν) και το σύστημα ειναι στην κατάσταση της χαμηλότερης συνολικής ενέργειας.

(α) Υπολογίστε την ενέργεια του συστήματος.

(β) Βρείτε την κυματοσυνάρτηση $\psi(x_1, x_2)$ του συστήματος.

Λύστε την ίδια άσκηση για την περίπτωση $S = 0$ (αντιπαράλληλα σπιν).

(γ) Υπολογίστε την ενέργεια του συστήματος.

(δ) Βρείτε την κυματοσυνάρτηση $\psi(x_1, x_2)$ του συστήματος.