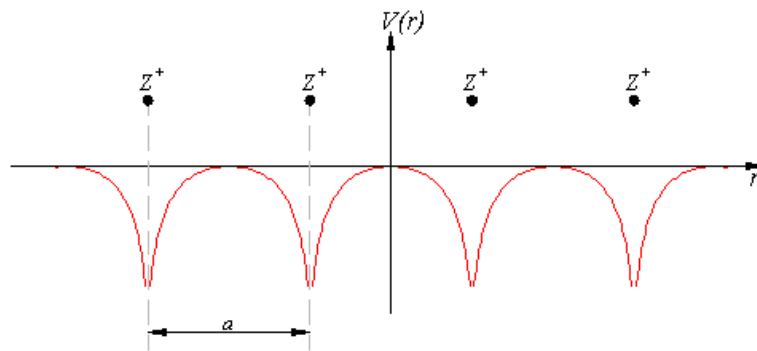


Θεωρία Υλικών Εργασία 2

1. Δείξτε ότι οι δύο μορφές του θεωρήματος Bloch που διατυπώσαμε για περιοδικά δυναμικά είναι ισοδύναμες.
2. Δείξτε ότι η μέση τιμή της ταχύτητας ηλεκτρονίου σε περιοδικό δυναμικό είναι (γενικά) μη μηδενική.
3. Ακολουθώντας το παράδειγμα του μονοδιάστατου "κρυσταλλικού" στερεού που συζητήσαμε, επιλύστε το κλασικό πρόβλημα των μικρών ταλαντώσεων συστήματος $2N$ συζευγμένων αρμονικών ταλαντωτών με μάζες m_1, m_2 και συχνότητες ω_1, ω_2 , που εναλλάσσονται περιοδικά (πλεγματική σταθερά $2a$). Η σταθερά ελατηρίου k είναι όμοια για όλους τους ταλαντωτές.
4. Στο μοντέλο των σχεδόν ελεύθερων ηλεκτρονίων, ηλεκτρόνιο σε ζώνη αγωγιμότητας διαταράσσεται ελαφρά από το περιοδικό δυναμικό των ιόντων του κρυστάλλου. Θεωρήστε μονοδιάστατο περιοδικό πλέγμα που αποτελείται από θετικά ιόντα, όπως στο σχήμα 1. Η κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου $\psi(x)$ ικανοποιεί το θεώρημα του Bloch, δηλαδή

$$\psi(x) = e^{ikx}w(x)$$

όπου $w(x)$ είναι περιοδική συνάρτηση, $w(x+a) = w(x)$. Αν το πλέγμα



Σχήμα 1: Μονοδιάστατος κρυστάλλος (από Wikipedia)

αποτελείται από πολύ μεγάλο αριθμό N ιόντων, το μήκος του πλέγματος, $L = Na$, είναι πολύ μεγαλύτερο από την πλεγματική σταθερά, a ($L \gg a$). Εφαρμόζοντας περιοδικές οριακές συνθήκες, $\psi(0) = \psi(L)$, βρείτε τον κβαντισμένο κυματαριθμό k .