ΛΥΣΕΙΣ ΤΕΛ. ΕΞΕΤΑΣΗΣ, 2/2/08 — Fe

1) $r_s = \dfrac{2a}{\gamma} = \dfrac{2(1.3+4\zeta^{4/3} r_c)}{0.56+0.95\zeta^{2/3}} = 2\,\dfrac{2.143}{2.432} = 1.762$ a.u

σε a.u $A = 55.8$ gr/mol $= 55.8/9.109\cdot 10^{-28}$ a.u $= 6.126\cdot 10^{28}$

$\rho = \dfrac{m_i}{V_i} = \dfrac{A/N_A}{\frac{4}{3}\pi r_s^3 \zeta} = 1479.8$ a.u. $= 1479.8\cdot 6.147\cdot 10^{-3}$ gr/cm^3

$\Rightarrow \rho = 9.10$ gr/cm^3 πειρ. 7.86 σφάλμα $\dfrac{9.10-7.86}{7.86}100\% = 16\%$.

2) Μέγιστη ταχύτητα $= v_F = \dfrac{\hbar k_F}{m} = \dfrac{\hbar}{m}(3\pi^2 n)^{1/3} = \dfrac{\hbar}{m}\left(\dfrac{3\pi^2}{\frac{4}{3}\pi r_s^3}\right)^{1/3}$

$\Rightarrow v_F = \dfrac{\hbar}{m}\left(\dfrac{9\pi}{4}\right)^{1/3}\dfrac{1}{r_s}$ σε au $v_F = \left(\dfrac{9\pi}{4}\right)^{1/3}\dfrac{1}{r_s} = 1.089$ au

θα μπορούσα να ~~[illegible]~~ πάρει το πειραματικό $n = \zeta n_i = 3\cdot 8.50\cdot 10^{22}$ cm^{-3}

$v_F = 1.089\cdot 2187.69$ km/s $= 2383$ km/sec

η κίνηση είναι κβαντική· λόγω της κυματικής φύσης των e^- αυτά δεν μπορούν να εντοπιστούν και κινούνται συνεχώς. Επιπλέον, λόγω της αρχής του Pauli, δεν γίνεται να έχουν χαμηλές ταχύτητες όλα τα e^-, ~~αλλά κάποια~~ και αναγκαστικά κάποια κινούνται πολύ γρήγορα.

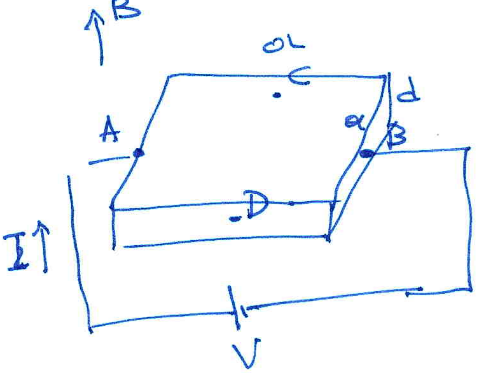
3) $\varepsilon_D = k_B\Theta_D = \Theta_D/T_0$ a.u $= \dfrac{484\ K}{3.158\cdot 10^5\ K} = 1.532\cdot 10^{-3}$ au

$m_i = \dfrac{A}{N_A} \xrightarrow{(\text{θέμα } 1)} 6.126\cdot 10^{28}/6.022\cdot 10^{23} = 1.017\cdot 10^5$ au

$v_{max} = \sqrt{\dfrac{2\varepsilon_D}{m_i}} = 1.73\cdot 10^{-4}$ au $= 1.73\cdot 10^{-4}\, 2188$ km/sec $= 379$ m/sec

η σχέση προήλθε από την (φανταστική) περίπτωση όπου το φωνόνιο μέγιστης ενέργειας (ε_D) καταναλώνεται για την κίνηση ενός και μόνο ιόντος.

4) Για τον Fe $\rho_\eta = 9.8\,\mu\Omega cm = 9.8\cdot 10^{-8}\,\Omega m$



$a = 0.1 m$
$d = 10^{-3} m$
$V = 12 V$

η αντίσταση του πλακιδίου

$$R_\Omega = \rho_\eta \frac{a}{ad} = \rho_\eta / d$$

άρα το ρεύμα $I = \frac{V}{R} = \frac{Vd}{\rho}$

$$R = -\frac{1}{ne} = -\frac{1}{\delta n_i e} = -\frac{1}{3\cdot 8.49\cdot 10^{28} m^{-3}\cdot 1.6\cdot 10^{-19} C} = -2.454\cdot 10^{-11}\ m^3/C$$

$$V_{CD} = \frac{RBI}{d} = \frac{RB}{d}\frac{Vd}{\rho} = \frac{RBV}{\rho} = \dots = 30\,\mu V.$$

5) σε 1D $\rho(E) = \frac{L\sqrt{2mE}}{\pi\hbar}$ (για απόδειξη δες φυλ. ασκήσεων 2 ή το παράδειγμα σελ. 78 Οικονόμου)

$\rho_F = \rho(E_F)$, Για να βρω το E_F χρησιμοποιώ την $\int_0^{E_F} \rho(E)dE = \frac{N}{2}$

$$\Rightarrow \frac{L\sqrt{2m}}{\pi\hbar}\int_0^{E_F}\sqrt{E}\,dE = \frac{N}{2} \Rightarrow \frac{L\sqrt{2m}}{\pi\hbar}\,\frac{2}{3}E_F^{3/2} = \frac{N}{2}$$

$$\Rightarrow E_F = \left(\frac{3N\pi\hbar}{2L\sqrt{2m}}\right)^{2/3} \Rightarrow \rho_F = \frac{L\sqrt{2m}}{\pi\hbar}\left(\frac{3N}{2L}\right)^{2/3}\frac{(\pi\hbar)^{2/3}}{(2m)^{1/3}}$$

$$\rho_F = \frac{L(2m)^{1/6}}{(\pi\hbar)^{1/3}}\left(\frac{3N}{2L}\right)^{2/3}$$

είναι $N = \delta N_i = \delta N_A$
$L = dN_i = dN_A$

άρα $$\rho_F = \frac{d N_A\, 3^{2/3}\,\delta^{2/3}\, m^{1/6}}{2^{1/2}\,\pi^{1/3}\, d^{2/3}\,\hbar^{1/3}} \overset{a.u}{=} \left(\frac{3\delta d^2}{\pi}\right)^{1/3} N_A$$

$d = 2.48 Å = 2.48/0.529\ au = 4.688\ au$

άρα $$\rho_F = 3.978\ au^{N_A} = \frac{3.978}{4.360\cdot 10^{-18} J} N_A = 9.124\cdot 10^{17} J^{-1} N_A = 5.495\cdot 10^{41} J^{-1} mol^{-1}$$

$$\gamma_c = \frac{2\pi^2}{3}\rho_F k_B^2 = 6.895\cdot 10^{-4}\ J/mol\,K^2 = 0.690\ \frac{mJ}{mol\,K^2}$$

6) $\frac{m_e^*}{m} = -\frac{t_1^2}{2md^2V_2}$ (Απόδειξη: $E = \varepsilon + 2V_2\cos kd \approx \varepsilon + 2V_2\left(1 - \frac{k^2d^2}{2}\right)$
$= \varepsilon + 2V_2 - V_2d^2k^2 = \text{σταθ} + \frac{t_1^2k^2}{2m_e^*} \Rightarrow m_e^* = \ldots$)

$V_2 = -1.32\frac{t_1^2}{md^2} \Rightarrow \frac{m_e^*}{m} = -\frac{t_1^2}{2md^2(-1.32)\,t_1^2/md^2}$

$\Rightarrow \frac{m_e^*}{m} = \frac{1}{2\cdot 1.32} = 0.379.$

---

7) Θα περιμέναμε ο συντ. διαστολής να εξαρτάται από κβαντικές, ηλεκτρικές και θερμικές σταθερές, δηλ. $a_0 = f\left(m, t_1, \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}, k_B\right)$. Υπάρχει συνδυασμός αυτών με μονάδες $[1/T]$, ο $1/T_0$ όπου T_0 η ατομική μονάδα θερμοκρασίας. Από το Θ. διαστατικής ανάλυσης ξέρω ότι είναι μοναδικός. Άρα περιμένω $a \sim 1/T_0$, άρα $a \sim 10^{-5}\,K$. Άρα η μέτρηση του φίλο-μας δεν φαίνεται λογική. Επίσης, $a = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta T}$ άρα αν $a = 1\,K^{-1}$ για $\Delta T = 1K$ θα έχω $\frac{\Delta V}{V} = 1$ δηλ ο όγκος διπλασιάζεται!!!

---

8) $R_\Omega = \rho\frac{L}{A} = \rho\frac{L}{\pi d^2} \Rightarrow \rho = \frac{\pi d^2 R_\Omega}{L} \sim 10^{-11}\,\Omega m$

Δεν μπορεί να είναι τόσο χαμηλή! Στον πίνακα XVI φαίνεται ότι η χαμηλότερη τιμή αντίστασης στοιχειακού στερεού είναι $\sim 1\mu\Omega cm = 10^{-8}\,\Omega m$. Αυτή εξάλλου είναι και η τάξη μεγέθους που περιμένω, αφού $\rho_0 \sim 10^{-7}\,\Omega m$ (δες σκέψη άσκησης 8)

---

9) Η αντίσταση των μετάλλων οφείλεται σε <u>αποκλίσεις από την περιοδικότητα</u>. Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, τα άτομα κινούνται περισσότερο, κι άρα χαλάν περισσότερο την περιοδικότητα του στερεού. Είναι αδύνατον επομένως να μειωθεί η αντίσταση μετάλλου σε αύξηση της θερμοκρασίας, εκτός κι αν συμβεί κάτι άλλο (πχ αλλαγή φάσης). Αλλά αυτό σίγουρα θα φαινόταν!