ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΤΕΤΥ

Α.Μ. Εξάμηνο Περίοδος ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ

Εξεταζόμενο Μάθημα ΦΥΣΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ημερομηνία 6/9/07

Ονοματεπώνυμο ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

α) Έχω 4 άτομα στη θεμ. κυψελίδα άρα $n = 4\zeta/a^3$

$\Rightarrow n = 5.9 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$

β) Αν δεν θυμάμαι τον τύπο: $\rho(E) = c\sqrt{E}$ και $\int_0^{E_F} \rho(E)\,dE = \frac{N}{2}$

$\Rightarrow \frac{2c}{3} E_F^{3/2} = \frac{N}{2} \Rightarrow c = \frac{3N}{4E_F^{3/2}} \Rightarrow \rho(E) = 3N E^{1/2} / 4E_F^{3/2}$

$\rho_F = \rho(E_F) = 3N/4E_F$, $\rho_{AF} = \rho_F/N_i = \frac{3N}{4E_F N_i} = \frac{3\zeta}{4E_F}$

$\Rightarrow \rho_{AF} = \frac{3\zeta}{4k_B T_F} \Rightarrow \rho_{AF} = 8.5 \cdot 10^{17}\ J$

γ) $q_D = \frac{\varepsilon_D}{c} = \frac{k_B \Theta_D}{\hbar c} \Rightarrow q_D = 7.4 \cdot 10^{9}\ m^{-1}$

δ) $E_F = k_B T_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \Rightarrow k_F = \sqrt{2m k_B T_F}/\hbar \Rightarrow k_F = 1.2 \cdot 10^{10}\ m^{-1}$

ε) $l_c = \frac{1}{k_{TF}} = \frac{c_0}{\omega_{P_i}} = \frac{\sqrt{B/\rho_M}}{\sqrt{\frac{n_i \zeta^2 e^2}{M \varepsilon_0}}}$ $\quad n_i = n/\zeta$, $M = A/N_A$

τελικά βρίσκω $l_c = 4.0 \cdot 10^{-9}\ m$

στ) και οι 0 °C και οι 200 °C είναι $> \Theta_D$ άρα c_p = σταθερά

άρα και στους 200 $c_p = 25.21\ \frac{J}{mol\,K}$

5) $\rho_4 \sim T$ άρα $\dfrac{\rho_4\,(200\,°C)}{200+273} = \dfrac{\rho_4\,(0\,°C)}{0+273}$

$$\rho_4\,(200\,°C) = \frac{473}{273}\,\rho_4\,(0\,°C) = 3{,}8\ \mu\Omega\,cm$$

4) $R = -\dfrac{1}{ne} \Rightarrow R = -1.1\cdot 10^{-10}\ m^3/C$ $\quad RT = -1.1\cdot 10^{-10}\,\dfrac{m^3}{C}\,T$

$$\left.\begin{aligned} m^3/C\,T &= m^3/As\ \frac{N}{Am} = \frac{N m^2}{A^2 s} \\ \Omega m &= \frac{V}{A}\,m = \frac{J m}{C A} = \frac{N m^2}{A^2 s} \end{aligned}\right\}$$ ίδιες μονάδες, καλά πάμε!

$$\overleftrightarrow{\rho} = \begin{pmatrix} 220 & 1.1 & 0 \\ -1.1 & 220 & 0 \\ 0 & 0 & 220 \end{pmatrix} 10^{-10}\ \Omega m$$

στ) $$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \overleftrightarrow{\rho}\,\vec{J} = \begin{pmatrix} 220 & 1.1 & 0 \\ -1.1 & 220 & 0 \\ 0 & 0 & 220 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.0 \\ 0.5 \end{pmatrix} 10^{-10}\,\Omega m\ 10^{5}\ A/m^2$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \begin{pmatrix} 5.5 \\ 6.6 \\ 11. \end{pmatrix} mV/m$$ ή $E_x = 5.5\ mV/m$ $\quad E_y = 6.6\ mV/m$ $\quad E_z = 11.0\ mV/m$

ΘΕΜΑ 2

α) $$B = V_e \left.\frac{d^2 U_e}{dV_e'^2}\right|_{V_e'=V_e} = V_e \frac{d}{dV_e'} \left.\frac{dU_e}{dV_e'}\right|_{V_e'=V_e} = V_e \frac{d}{dV_e'} \left.\frac{dU_e}{dr_s'}\frac{dr_s'}{dV_e'}\right|_{V_e'=V_e}$$

για $V_e'=V_e$ (ισορροπία) $\frac{dU_e}{dr_s'}=0$

$$= V_e \left.\left\{\frac{dr_s'}{dV_e'}\frac{d}{dV_e'}\frac{dU_e}{dr_s'} + \frac{dU_e}{dr_s'}\frac{d^2r_s'}{d^2V_e'}\right\}\right|_{V_e'=V_e} = V_e \left.\left\{\left(\frac{dr_s'}{dV_e'}\right)^2 \frac{d^2U_e}{dr_s'^2}\right\}\right|_{V_e'=V_e}$$

$$= \frac{V_e}{\left\{\left.\frac{dV_e'}{dr_s'}\right|_{r_s'=r_s}\right\}^2} f''(r_s) = \frac{\frac{4}{3}\pi r_s^3}{(4\pi r_s^2)^2} f''(r_s) = \frac{f''(r_s)}{12\pi r_s}$$

β) $f(r_s') = \frac{a}{r_s'^2} - \frac{\gamma}{r_s'}$ $\quad f'(r_s') = -\frac{2a}{r_s'^3} + \frac{\gamma}{r_s'^2}$, $f''(r_s) = +\frac{6a}{r_s'^4} - \frac{2\gamma}{r_s'^3}$

$f'(r_s) = 0 \Rightarrow \gamma = 2a/r_s$

άρα $f''(r_s) = \frac{6a}{r_s^4} - \frac{4a}{r_s^4} = \frac{2a}{r_s^4}$

αντικαθιστώ στην $B = f''(r_s)/12\pi r_s$ κι έχω $B = a/6\pi r_s^5$

γ) Τα μέταλλα έχουν συνήθως $B \sim 1-2$ Mbar $= 100-200$ GPa (Βλέπε πχ $B = 1,7$ Mbar για τον Au στα δεδομένα) άρα το υλικό αυτό είναι αρκετά μαλακότερο από τα συνήθη μέταλλα.

ΘΕΜΑ 3 α) $\vec{R}_1 = \frac{a}{2}(1,1,1)$, $\vec{R}_2 = \frac{a}{2}(-1,1,1)$

$\vec{R}_3 = \frac{a}{2}(1,-1,1)$, $\vec{R}_4 = \frac{a}{2}(1,1,-1)$, $\vec{R}_5 = -\vec{R}_1$, $\vec{R}_6 = -\vec{R}_2$,

$\vec{R}_7 = -\vec{R}_3$ και $\vec{R}_8 = -\vec{R}_4$. Όλα έχουν μέτρο $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

β) $E(\vec{k}) = \varepsilon + V_2 \sum_{j=1}^{8} e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}_j}$ και $e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}_j} + e^{-i\vec{k}\cdot\vec{R}_j} = 2\cos(\vec{k}\cdot\vec{R}_j)$

άρα $E(\vec{k}) = \varepsilon + 2V_2 \sum_{j=1}^{4} \cos(\vec{k}\cdot\vec{R}_j)$

$\vec{k}\cdot\vec{R}_1 = (k_x, k_y, k_z)\cdot\frac{a}{2}(1,1,1) = \frac{a}{2}(k_x+k_y+k_z)$

$\vec{k}\cdot\vec{R}_2 = (k_x, k_y, k_z)\cdot\frac{a}{2}(-1,1,1) = \frac{a}{2}(-k_x+k_y+k_z)$

ομοίως τα $\vec{k}\cdot\vec{R}_3$ και $\vec{k}\cdot\vec{R}_4$ και βρίσκω το ζητούμενο

γ) Για $k_x = k_y = k/\sqrt{2}$ και $k_z = 0$

$$E(k) = \varepsilon + 2V_2\left(\cos\left(\frac{ka}{\sqrt{2}}\right) + \cos(0) + \cos(0) + \cos\left(\frac{ka}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

$$= \varepsilon + 4V_2\left(1 + \cos(ka/\sqrt{2})\right)$$

$V_2 = -1{,}32\frac{\hbar^2}{md^2} = -1{,}32\frac{\hbar^2}{m}\frac{4}{3a^2} \Rightarrow V_2 = -0{,}54\,eV$

αν $ka = x$

$$E(x) = -5{,}0 - 2{,}16\left(1 + \cos(x/\sqrt{2})\right)$$