

Φυσική στερεάς κατάστασης: Εισαγωγή

Επαναληπτική εξέταση, 6/9/2007

Θέμα 1 (4.5 μονάδες)

Υπολογίστε για το στερεό Χρυσό (σε κανονικές συνθήκες):

- α) την συγκέντρωση ηλεκτρονίων σθένους, n ,
- β) την πυκνότητα καταστάσεων ανά άτομο στην ενέργεια Fermi, ρ_{AF} ,
- γ) τον κυματάριθμο Debye, q_D ,
- δ) τον κυματάριθμο Fermi, k_F .
- ε) το μήκος θωράκισης στατικού ηλεκτρικού πεδίου, l_c ,
- στ) τη θερμοχωρητικότητα (ανά mol) στους 200 °C,
- ζ) την ηλεκτρική ειδική αντίσταση στους 200 °C, και
- η) τον τανυστή της ειδικής αντίστασης για μαγνητικό πεδίο εντάσεως $B = 1$ T στον άξονα z (σε μονάδες SI),

$$\overleftrightarrow{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{\eta} & -RB & 0 \\ RB & \rho_{\eta} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{\eta} \end{pmatrix}.$$

- θ) Στο παραπάνω πείραμα μετρήθηκε ότι η πυκνότητα ρεύματος ήταν $\mathbf{j} = (j_x, j_y, j_z) = (2.5, 3.0, 0.5) \times 10^5$ A/m². Υπολογίστε το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, \mathbf{E} .

Θέμα 2 (3.0 μονάδες)

Η ενέργεια κάποιου στερεού ανά ηλεκτρόνιο, U_e , είναι συνάρτηση της παράμετρου r'_s , δηλαδή $U_e = f(r'_s)$. Ονομάζουμε r_s την τιμή του r'_s για την οποία η ενέργεια γίνεται ελάχιστη.

- α) Αποδείξτε ότι το υδροστατικό μέτρο ελαστικότητας του στερεού ισούται με

$$B = \frac{1}{12\pi r_s} f''(r_s). \quad \text{Υπόδειξη: } B = V_e \left. \frac{d^2 U_e}{dV_e'^2} \right|_{V_e' = V_e}.$$

- β) Χρησιμοποιήστε το αποτέλεσμα αυτό για να δείξετε ότι στο μοντέλο Jellium, όπου $f(r'_s) = \frac{\alpha}{r_s'^2} - \frac{\gamma}{r'_s}$, θα ισχύει $B = \frac{\alpha}{6\pi r_s^5}$.

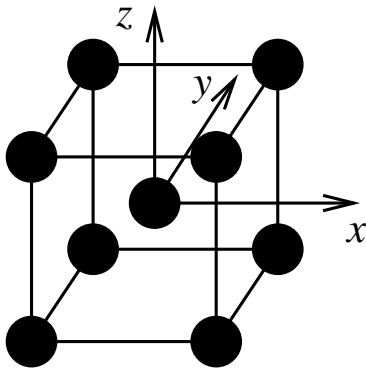
- γ) Σε κάποιο καθαρό υλικό μετρήθηκε ότι $B = 20$ GPa. Θα περιμένατε να είναι μαλακότερο ή σκληρότερο από κάποιο κοινό μέταλλο, πχ σίδηρο ή χαλκό;

Θέμα 3 (3.0 μονάδες)

Η δομή της ενεργειακής ζώνης στοιχειακού στερεού η οποία προκύπτει από s τροχιακά δίνεται από τη σχέση

$$E(\mathbf{k}) = \epsilon + V_2 \sum e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}},$$

όπου \mathbf{k} είναι το κυματόνισμα, \mathbf{R} είναι διάνυσμα του πλέγματος και το άθροισμα εκτείνεται σε όλους τους πλησιέστερους γείτονες του ατόμου που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων. Στον παραπάνω τύπο, ϵ είναι η ενέργεια του ηλεκτρονίου στο τροχιακό s ενός ατόμου και V_2 το στοιχείο πίνακα της χαμιλτωνιανής μεταξύ τροχιακών που ανήκουν σε γειτονικά άτομα.



α) Για κάποιο στοιχείο το οποίο σχηματίζει κρυσταλλική δομή bcc πλεγματοτικής σταθεράς a , βρείτε τα διανύσματα \mathbf{R} που συνδέουν το άτομο στο $(0, 0, 0)$ με όλους τους πρώτους γείτονες. Χρησιμοποιήστε τους άξονες του σχήματος. Βεβαιωθείτε ότι όλα έχουν ίσο μέτρο (d). Βρείτε τη σχέση μεταξύ d και a .

β) Δείξτε ότι η δομή της ζώνης για τυχόν $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ είναι

$$E(k_x, k_y, k_z) = \epsilon + 2V_2 \left\{ \cos\left[\left(k_x + k_y + k_z\right)\frac{a}{2}\right] + \cos\left[\left(-k_x + k_y + k_z\right)\frac{a}{2}\right] + \cos\left[\left(k_x - k_y + k_z\right)\frac{a}{2}\right] + \cos\left[\left(k_x + k_y - k_z\right)\frac{a}{2}\right] \right\}.$$

γ) Θεωρήστε ότι $k_x = k_y = k/\sqrt{2}$, με $0 \leq k \leq \pi/a$, και $k_z = 0$. Σχεδιάστε την ενέργεια σαν συνάρτηση του k για το στερεό Na με $a=4.3 \text{ \AA}$, $\epsilon = -5.0 \text{ eV}$ και $V_2 = -1.32 \frac{\hbar^2}{md^2}$, όπου m η μάζα του ηλεκτρονίου.

Δίνονται οι ατομικές μονάδες:

$$\begin{aligned} \alpha_B &= 0.529 \text{ \AA}, & E_0 &= 27.211 \text{ eV}, & v_0 &= 2187.77 \text{ km/s}, \\ P_0 &= 294.21 \text{ Mbar}, & T_0 &= 315773 \text{ K}, & B_0 &= 2.35 \times 10^5 \text{ T}, \end{aligned}$$

οι σταθερές:

$$\begin{aligned} 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ N m}^{-2}, & m &= 9.1 \times 10^{-31} \text{ kgr}, & e &= 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, \\ \hbar &= 1.05 \times 10^{-34} \text{ J s}, & c &= 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}, & N_A &= 6.022 \times 10^{23}, \\ 1 \text{ cal} &= 4.18 \text{ J}, & \epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}, & k_B &= 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}, \end{aligned}$$

και τα παρακάτω δεδομένα για τον Au (μετρήσεις σε κανονικές συνθήκες) :

$$\begin{aligned} Z &= 79, & A &= 196.97 \text{ gr/mol}, & \text{δομή} &= [\text{Xe}]4f^{14}5d^{10}6s^1 \\ \rho_M &= 19.3 \text{ gr/cm}^3, & \text{δομή fcc με } a &= 4.08 \text{ \AA}, & \zeta &= 1, \\ B &= 1.732 \text{ Mbar}, & T_F &= 64200 \text{ K}, & \Theta_D &= 165 \text{ K}, \\ c &= 2926 \text{ m/sec}, & c_p &= 25.21 \text{ J/mol/K}, & \rho_\eta &= 2.20 \text{ }\mu\Omega \text{ cm}. \end{aligned}$$

Καλή επιτυχία!