

ΦΥΣΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ: ΕΙΣΑΓΩΓΗ (ΕΤΥ 305)

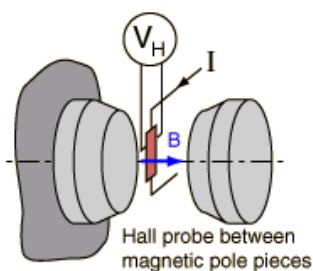
ΕΞΕΤΑΣΗ ΠΡΟΟΔΟΥ, 22/11/2006

1) Μια προσέγγιση της κίνησης ηλεκτρονίων σε μακρομόρια είναι να θεωρήσουμε ότι κινούνται ανεξάρτητα και με αμελητέες απώσεις Coulomb σε πολύ λεπτό σωλήνα μήκους  $L$ , όπου  $L$  είναι το μήκος του μορίου. Από την κβαντομηχανική ξέρουμε ότι οι ενεργειακές στάθμες σε ένα τέτοιο σύστημα δίνονται από την:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2} \quad \text{όπου } n=1, 2, 3, \dots$$

Χρησιμοποιήστε την προσέγγιση αυτή για να υπολογίσετε, σε eV, τις ενέργειες για τις κατειλημένες και τις δυο πρώτες κενές στάθμες των ηλεκτρονίων σε θερμοκρασία  $T=0$ , καθώς και την ενέργεια Fermi στο οκτάνιο. Θεωρήστε δυο ηλεκτρόνια σθένους για κάθε άτομο C και ότι οι αποστάσεις μεταξύ ατόμων C είναι  $1.5 \text{ \AA}$ . (2.0)

2) Εκτιμήστε πόσο επί τοις εκατό θα μεταβληθεί η ηλεκτρική αντίσταση ενός χρυσού βύσματος ένα καλοκαιρινό μεσημέρι ( $\theta \sim 40^\circ\text{C}$ ) από μια χειμωνιάτικη νύχτα ( $\theta \sim 0^\circ\text{C}$ ). Αγνοήστε τη θερμική διαστολή. (1.0)



3) Ο μετρητής Hall, που εικονίζεται στο σχήμα, χρησιμοποιείται για μέτρηση ισχυρών μαγνητικών πεδίων. Αποτελείται από λεπτό φύλλο χρυσού πάχους  $d=0.1 \text{ mm}$ . Για κάποιον μαγνήτη βρέθηκε ότι για  $I=1 \text{ A}$ , η τάση  $V_H$  ήταν  $1 \text{ mV}$ . Πόσο είναι το μαγνητικό του πεδίο;

Αν δεν θυμάστε τον τύπο που δίνει την τάση  $V_H$ , μπορείτε να τον βρείτε με διαστατική ανάλυση, γνωρίζοντας ότι είναι ανάλογη των  $B$  και  $I$ . (1.5)

4) Η ενέργεια του στερεού λόγω κίνησης των ιόντων δίνεται από την

$$U_i = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(n(\epsilon) + \frac{1}{2})\phi(\epsilon)d\epsilon,$$

όπου  $n(\epsilon)$  δίνεται από την κατανομή Bose και  $\phi(\epsilon)$  είναι η πυκνότητα μονοφωονιακών καταστάσεων.

(α) Δείξτε ότι κλασική σχέση  $C_v = 3N_i k_B$  για τη θερμοχωρητικότητα ισχύει σε οποιοδήποτε (λογική) προσέγγιση της πυκνότητας καταστάσεων, εφόσον η θερμοκρασία είναι αρκετά ψηλή. Συγκεκριμένα δείξτε ότι

$$C_v \approx 3N_i k_B - \frac{A}{T^2}, \quad \text{όπου } A \text{ είναι η σταθερά } A = \frac{1}{12k_B} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon^2 \phi(\epsilon) d\epsilon$$

$$\text{Δίνεται το ανάπτυγμα Taylor: } \frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{12} - \dots \quad (2.0)$$

(β) Δείξτε ότι στο μοντέλο Debye ( $\phi(\epsilon) \sim \epsilon^2$  για  $0 < \epsilon < \epsilon_D$  και  $\phi(\epsilon)=0$  αλλού),  $A = \frac{3}{20} N_i k_B \Theta_D^2$ . (1.5)

(γ) Εκτιμήστε, χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση, πόσο τοις εκατό διαφέρει η θερμοχωρητικότητα 1 mol Au από την κλασική τιμή  $c=24.9$  J/K για  $T=300$ K. (1.0)

5) Σε ένα πείραμα βρέθηκε ότι απαιτούνται 0.03 cal θερμότητας για να ανέβει η θερμοκρασία 1 gr Au κατά 1 °C, σε θερμοκρασία δωματίου. Μπορείτε να βρείτε το ατομικό βάρος του Au με αυτό το δεδομένο; (1.5)

Το σύνολο των μονάδων είναι 11.0: 10.5 μονάδες από τα 5 προβλήματα συν 0.5 μονάδα από το τυπολόγιό σας. Διαθέσιμος χρόνος 2 ώρες και 45 λεπτά.

Καλή επιτυχία!

Δίνονται οι ατομικές μονάδες:

$$\begin{aligned} \alpha_B &= \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ \AA}, & E_0 &= \frac{\hbar^2}{ma_B^2} = 27.2 \text{ eV}, & v_0 &= \sqrt{E_0/m} = 2190 \text{ km/s}, \\ P_0 &= E_0/a_B^3 = 294 \text{ Mbar}, & T_0 &= E_0/k_B = 316000 \text{ K}, & B_0 &= E_0/(ev_0 a_B) = 2.35 \times 10^5 \text{ T}, \end{aligned}$$

οι σταθερές:

$$\begin{aligned} 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ N m}^{-2}, & m &= 9.11 \times 10^{-31} \text{ kgr}, & e &= 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}, \\ \hbar &= 1.05 \times 10^{-34} \text{ J s}, & c &= 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}, & N_A &= 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \\ 1 \text{ cal} &= 4.18 \text{ J}, & \epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}, & R &= N_A k_B = 8.32 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}, \\ \frac{4\pi\epsilon_0\hbar c}{e^2} &= 137.0, & m_p &= 1.67 \times 10^{-27} \text{ kgr}, & hc &= 12400 \text{ eV \AA}. \end{aligned}$$

και τα παρακάτω δεδομένα για τον Au:

$$\begin{aligned} Z &= 79, & A &= 197 \text{ gr/mol}, & \text{δομή} &= [\text{Xe}]4f^{14}5d^{10}6s^1 \\ \rho_M &= 19.3 \text{ gr/cm}^3, & \text{δομή fcc με } a &= 4.08 \text{ \AA}, & \zeta &= 1, \\ B &= 1.73 \text{ Mbar}, & T_F &= 64200 \text{ K}, & \Theta_D &= 165 \text{ K}, \\ c &= 2930 \text{ m/sec}, & c_p &= 25.2 \text{ J/mol/K (300 K)}, & \rho_\eta &= 2.20 \text{ }\mu\Omega \text{ cm (300 K)}. \end{aligned}$$