

Φυσική Στερεάς Κατάστασης (ETY 305): Επαναληπτική εξέταση, 30/6/2015.

Θέμα 1: Αποδειξτε ότι στο γραφένιο η συγκέντρωση ατομών είναι $\frac{N_i}{A} = \frac{4\sqrt{3}}{9d^2}$. Υπολογίστε την αριθμητική τιμή του N_i/A .

Θέμα 2: Αποδειξτε ότι στο γραφένιο ο κυματάρηθος Fermi, k_F και ο κυματάρηθος Debye, q_D , δίνονται από τις σχέσεις $k_F = \alpha/d$, $q_D = \beta/d$, όπου α, β είναι της τάξης μεγέθους του 1.

Θέμα 3: Υπολογίστε την θερμοκρασία Fermi στο γραφένιο.

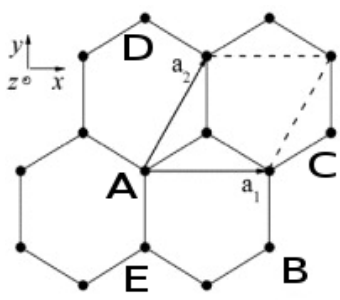
Θέμα 4: Υπολογίστε την θερμοκρασία Debye στο γραφένιο.

Θέμα 5: Βρείτε τον τύπο που δίνει την πυκνότητα καταστάσεων των ηλεκτρονίων στο γραφένιο, $\rho(E)$ ο οποίος περιέχει την ενέργεια Fermi, E_F , και τον αριθμό ηλεκτρονίων, N .

Θέμα 6: Βρείτε τον τύπο που δίνει την πυκνότητα καταστάσεων των φωνονίων στο γραφένιο, $\phi(\epsilon)$, ο οποίος περιέχει την ενέργεια Debye, ϵ_D , και τον αριθμό ατόμων, N_i .

Θέμα 7: Σε θερμοκρασίες κοντά στο απόλυτο μηδέν, η θερμοχωρητικότητα του γραφενίου είναι ανάλογη του T^γ , όπου T η θερμοκρασία. Βρείτε τον εκθέτη γ (αγνοήστε την συμβολή των φωνονίων).

Θέμα 8: Υπολογίστε πόση ενέργεια απαιτείται για να ανέβει κατά 1 βαθμό K η θερμοκρασία μιας ποσότητας γραφενίου με μάζα 12g όταν η θερμοκρασία είναι ψηλότερη από την θερμοκρασία Debye του γραφενίου.



Το **διδιάστατο** υλικό γραφένιο οποίο αποτελείται από άτομα C στο πλέγμα που φαίνεται στο σχήμα. Το πλέγμα αποτελείται από εξάγωνα τα οποία έχουν όλες τις πλευρές ίσες με d .

Δίνεται ότι $AE = d$, $AD = AB = 2d$, $|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = AC = d\sqrt{3}$ και $d = 1.42 \text{ \AA}$. Η γωνία των διανυσμάτων $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ είναι $\pi/3$.

Το σθένος του C είναι $\zeta = 4$ και το ατομικό του βάρος 12 g/mol. Η ταχύτητα του ήχου στο γραφένιο είναι $c = 20 \text{ km/s}$.

Σταθερές και Ατομικές μονάδες :

$$\begin{aligned}
 R &= 8.3145 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}, & m &= 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, & e &= 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, \\
 \hbar &= 1.05 \times 10^{-34} \text{ J s}, & c &= 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}, & N_A &= 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \\
 \epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}, & k_B &= 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}, & m_p &= 1836.2m, \\
 \alpha_B &= \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ \AA}, & E_0 &= \frac{\hbar^2}{ma_B^2} = 27.211 \text{ eV}, & T_0 &= \frac{E_0}{k_B} = 315773 \text{ K},
 \end{aligned}$$

Απαντήσεις

Θ1 Στην κυψελίδα του σχήματος περιέχονται δυο άτομα και έχει εμβαδόν $A = AC^2 \sin \frac{\pi}{3} = 3d^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$ άρα έχουμε $\frac{N_i}{A} = 2 / (3d^2 \frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{4\sqrt{3}}{9d^2} = 3.82 \times 10^{19} m^{-2}$.

Θ2 $\frac{\pi k_F^2}{4\pi^2} = \frac{N}{A} \Rightarrow k_F = \sqrt{2\pi \frac{N}{A}} = \sqrt{2\pi \frac{4N_i}{A}} \Rightarrow k_F = 2\sqrt{2\pi \frac{4\sqrt{3}}{9d^2}} = \alpha/d$, όπου $\alpha = 3^{-3/4} \sqrt{32\pi} \approx 4.4$.

$\frac{\pi q_D^2}{4\pi^2} = 2N_i/2 \Rightarrow q_D = \sqrt{4\pi \frac{N_i}{A}} \Rightarrow k_F = \sqrt{4\pi \frac{4\sqrt{3}}{9d^2}} = \beta/d$, όπου $\beta = 4 \cdot 3^{-3/4} \sqrt{\pi} \approx 3.1$.

Θ3 $T_F = E_F/k_B = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2mk_B} = 420000K$

Θ4 $\Theta_D = \epsilon_D/k_B = \hbar c q_D/k_B = 3300K$

Θ5 (Οικονόμου σελ. 78-79) $\rho(E) = \frac{N}{2E_F}$, ανεξάρτητο του E .

Θ6 $\phi(\epsilon) = \frac{4N_i}{\epsilon_D^2} \epsilon$.

Θ7 (Οικονόμου, σελ 135) $C_V \sim \rho(E_F)T$ άρα ανεξάρτητα από το σύστημα η θερμοχωρητικότητα λόγω ηλεκτρονίων είναι πάντα ανάλογη του T όταν $T \ll T_F$. Επομένως $\gamma = 1$.

Θ8 $C_V = 2N_i k_B$ (ο συντελεστής είναι 2 και όχι 3 γιατί είμαστε σε 2 διαστάσεις και επομένως υπάρχουν $2N_i$ τρόποι ταλάντωσης) και αφού έχω 12 g (1 mol) $N_i = N_A$ άρα $C_V = 24.9$ J/K. Επομένως απαιτείται ενέργεια 24.9 J.