

## Φυσική Στερεάς Κατάστασης (ETY 305): Τελική Εξέταση, 5/2/2014.

**Θέμα 1** (3 μον.) Για τον στερεό Ag υπολογίστε

(α) την ταχύτητα Fermi,  $v_F$ ,

(β) την πυκνότητα καταστάσεων ηλεκτρονίων στην ενέργεια Fermi ανά ηλεκτρόνιο,  $\rho(E_F)/N$ ,

(γ) την μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας.

**Θέμα 2** (2 μον.) Περιγράψτε το αντίστροφο πλέγμα και σχεδιάστε την ζώνη Brillouin για το ορθορομβικό πλέγμα. Υπενθυμίζεται ότι στο ορθορομβικό πλέγμα Bravais η θεμελιώδης κυψελίδα είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές  $a$ ,  $b$  και  $c$ .

**Θέμα 3** (3 μον.) Σε ένα μονοδιάστατο νανοκαλώδιο Ag κάθε άτομο αλληλεπιδρά μόνο με τα δυο άτομα που είναι γειτονικά του. Δυο γειτονικά άτομα που βρίσκονται σε απόσταση  $a'$  έχουν δυναμική ενέργεια

$$V(a') = 4\epsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{a'} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{a'} \right)^6 \right],$$

όπου  $\epsilon = 0.34$  eV και η δυναμική ενέργεια έχει ελάχιστο για  $a' = a$  όπου  $a = 2.97$  Å.

(α) Δείξτε ότι  $\sigma = 2.65$  Å.

(β) Δείξτε ότι όταν η απόσταση γειτονικών ατόμων  $a'$  παίρνει τιμές κοντά στο  $a$ , τα άτομα μοιάζουν σαν να είναι συνδεδεμένα με ελατήρια σταθεράς  $\kappa$ . Δείξτε ότι  $\kappa \approx 57.1 \frac{\epsilon}{\sigma^2}$ .

(γ) Υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου σε αυτό το νανοκαλώδιο.

**Θέμα 4** (2 μον.) Ο μέσος αριθμός φωνονίων σε ένα υλικό δίνεται από την σχέση

$$N_\phi = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\epsilon) n(\epsilon) d\epsilon,$$

όπου  $\epsilon$  η ενέργεια ενός φωνονίου,  $\phi(\epsilon)$  η πυκνότητα καταστάσεων και  $n(\epsilon)$  ο μέσος αριθμός φωνονίων σε κατάσταση με ενέργεια  $\epsilon$  από την κατανομή Bose-Einstein.

Υπολογίστε πόσα φωνόνια υπάρχουν σε θερμοκρασία  $T = 10$  K σε ένα κυβικό νανοσωματίδιο Ag πλευράς  $L = 180$  nm.

Σταθερές και Ατομικές μονάδες :

$$R = 8.3145 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J s},$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m},$$

$$\alpha_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ Å},$$

$$\omega_0 = \frac{u_0}{\alpha_B} = 4.13 \times 10^{16} \text{ Hz},$$

$$m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg},$$

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s},$$

$$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1},$$

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{ma_B^2} = 27.211 \text{ eV},$$

$$\rho_{\eta 0} = \frac{\hbar a_B^2}{e^2} = 2.17 \times 10^{-7} \text{ } \Omega \text{ m},$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C},$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1},$$

$$m_p = 1836.2m,$$

$$u_0 = \sqrt{\frac{E_0}{m}} = 2187.77 \text{ km/s},$$

$$T_0 = \frac{E_0}{k_B} = 315773 \text{ K},$$

Μαθηματικά:

$$\int_0^\infty \frac{x dx}{e^x - 1} = 1.645$$

$$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2.404$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 6.494$$

$$\text{Ανάπτυγμα Taylor: } f(x+x_0) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{2!} f''(x_0)(x-x_0)^2 + \dots$$

Ιδιότητες του μετάλλου Ag:

$$\zeta = 1$$

$$\rho_M = 10.5 \text{ g/cm}^3,$$

$$A = 107.9 \text{ g/mol}$$

$$\rho_\eta = 1.61 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \text{ m}$$

$$\text{δομή fcc με } a = 4.09 \text{ Å}$$

$$\Theta_D = 215 \text{ K}.$$

## Απαντήσεις

Θ1

$$v_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar(3\pi^2(\zeta/a^3))^{1/3}}{m} = 876 \text{ km/s.}$$

$$\frac{\rho(E_F)}{N} = \frac{3}{4E_F} = \frac{3}{2mv_F^2} = 2.15 \times 10^{18} \text{ J}^{-1} = 0.34 \text{ eV}^{-1}.$$

$$l = v_F \tau = \frac{v_F m}{ne^2 \rho_\eta} = \frac{v_F m a^3}{\zeta e^2 \rho_\eta} = 1.32 \text{ \AA}.$$

Θ2

Παραλληλεπίπεδο με κέντρο στο (0,0,0) και μήκη πλευρών  $2\pi/a$ ,  $2\pi/b$ ,  $2\pi/c$ .

Θ3

$$\sigma = 2^{-1/6} a = 2.65 \text{ \AA}.$$

$$\kappa = V''(a) = 36 \cdot 2^{2/3} \frac{\epsilon}{\sigma^2} = 44.3 \text{ N/m}.$$

$$c = a \sqrt{\frac{k}{m_i}} = 4670 \text{ m/s}.$$

Θ4

$$N_\phi = 36 \left( \frac{LT}{a\Theta_D} \right)^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} \approx 742000.$$