τελ. εξέταση 15/1/2009

Θ1α) $\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m} \Rightarrow \tau = \frac{m}{e^2}\frac{\sigma}{n} = \frac{m}{e^2}\frac{\sigma}{\delta n_i}$

σ από πιν. XVI, n_i από πιν VII, δ από πν VI ή πιν. 2.2

Θ1β) βλέπε πχ. "Κβαντομηχανική Ι" Τραχανά κεφ 14, §2.2.

Θ2 για 1 mol ($N_i = N_A$) $C_V = \gamma_c T + \frac{12\pi^4}{5}\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 R$

($R = N_A k_B$). γ_c από πιν. 5.1 (ή από $\frac{\pi^2}{2} R/T_F$)

Θ_D από πιν XIV.

Θ3 $k_{TF} = \frac{\omega_{Pi}}{c_0} = \frac{\sqrt{\frac{n_i (\delta e)^2}{m_i \varepsilon_0}}}{\sqrt{B/\rho_M}} = \sqrt{\frac{n \delta e^2}{m_i \varepsilon_0}}\sqrt{\frac{n_i m_i}{B}} = \sqrt{\frac{n^2 e^2}{\varepsilon_0 B}}$

$= \sqrt{\frac{n^2 e^2 3}{\varepsilon_0 2n E_F}} = \sqrt{\frac{3 n e^2}{2\varepsilon_0 E_F}}$ $\quad E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$ και $k_F^3 = 3\pi^2 n$

$\Rightarrow k_{TF} = \sqrt{\frac{k_F^3 e^2 2m}{2\pi^2 \varepsilon_0 \hbar^2 k_F^2}} = \sqrt{\frac{k_F e^2 m}{\pi^2 \varepsilon_0 \hbar^2}}$ $\quad \alpha_B = \frac{m e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2} \Rightarrow k_{TF} = \sqrt{\frac{4 k_F}{\pi \alpha_B}}$

Θ4α (αρ. κατάστ.) $= \frac{\text{χώρος στον αντ. χώρο}}{\text{χώρος ανά κατάσταση}}$ ή $\frac{N}{2} = \frac{2k_F}{2\pi/L} \Rightarrow$

$\Rightarrow k_F = \frac{\pi N}{2L}$ και $L = Na \Rightarrow k_F = \pi/2a$.

Θ4β $E_F = E(k_F) \Rightarrow$ LCAO $E_F = 2V\left(1 - \cos\frac{\pi}{2a}a\right) = 2V$

και ΜΣ $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2} \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m} = \frac{4a^2}{\pi^2}E_F$

άρα στο LCAO $E = E_F(1 - \cos ka)$ και στο ΜΣ $E = 4E_F k^2 a^2/\pi^2$.

Θ4γ $\rho(E)dE = \frac{\text{χώρος στον αντ. χώρο για } E}{\text{χώρος ανά κατάσταση}} = \frac{2\,dk}{2\pi/L} = \frac{L}{\pi}dk$

$\Rightarrow \rho(E) = \frac{L}{\pi}\frac{dk}{dE} = \frac{L}{\pi}\left(\frac{dE}{dk}\right)^{-1}$

ΜΣ $\rho(E) = \frac{L}{\pi}\left(\frac{d}{dk}\frac{4E_F k^2 a^2}{\pi^2}\right)^{-1} = \frac{L}{\pi}\left(\frac{8E_F a^2 k}{\pi^2}\right)^{-1} = \frac{L}{\pi}\frac{\pi^2}{8E_F a^2}\frac{2a}{\pi}\sqrt{\frac{E}{E_F}}$

$= \frac{L}{\pi}\left(\frac{8E_F a^2}{\pi^2}\frac{\pi}{2a}\sqrt{\frac{E}{E_F}}\right)^{-1} = \frac{Na}{\pi}\frac{\pi}{4a\sqrt{E}\sqrt{E_F}} \Rightarrow \rho(E) = \frac{N}{4\sqrt{E E_F}}$

LCAO $\rho(E) = \frac{L}{\pi}\left|\frac{d}{dk}\left(E_F(1-\cos ka)\right)\right|^{-1} = \frac{L}{\pi a \sin ka} = \frac{N}{\pi\sqrt{1-\cos^2 ka}}$

$$\rho(E) = \frac{N}{\pi\sqrt{1 - \left(\frac{E}{E_F} - 1\right)^2}}.$$