

Όνομα, Επώνυμο και ΑΜ:

Θέμα 1: Σε κάποιο μέταλλο οι πυκνότητες καταστάσεων ηλεκτρονίων και φωνονίων είναι, αντίστοιχα, $\rho(E) \sim E^2$ και $\phi(\epsilon) \sim \epsilon^3$. Σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες, η θερμοχωρητικότητα δίνεται από την σχέση $C_V = c_1 T^\alpha + c_2 T^\beta$, όπου c_1, c_2 είναι ανεξάρτητα του T . Βρείτε τους εκθέτες α και β .

Θέμα 2: Ένα γκαζάκι παράγει 200 J σε κάθε sec λειτουργίας. Το ανάβουμε για 1 λεπτό και διοχετεύουμε όλη αυτή την ενέργεια σε ένα κομμάτι Zn μάζας 150 g. Βρείτε πόσο θα ανέβει η θερμοκρασία του.

Θέμα 3: Ασκούμε πίεση στο ίδιο σώμα ώστε ο όγκος του να γίνει 20.8 cm^3 . Βρείτε πόση πίεση του ασκήσαμε. Δώστε το αποτέλεσμα σε atm.

Θέμα 4: Σε μια άλλη στερεά φάση του Zn, η παράμετρος r_s είναι κατά 10% μεγαλύτερη από ότι στην κοινή δομή του Zn. Πόσο θα είναι το μέτρο ελαστικότητας αυτής της δομής;

Ο Zn έχει θερμοχωρητικότητα 0.389 J/g/K ή 25.47 J/mol/K , θερμοκρασία Debye 300 K, μέτρο ελαστικότητας 59.8 GPa, πυκνότητα 7.14 g/cm^3 και ατομικό βάρος 65.4 g/mol. Δίνονται οι σταθερές $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $R = k_B N_A = 8.31 \text{ J/mol/K}$, $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$.

Λύσεις:

Θέμα 1: Είναι $C_V = C_{V\eta\lambda} + C_{V\phi}$, όπου οι θερμοχωρητικότητες είναι οι παράγωγοι της αντίστοιχης ενέργειας ως προς την θερμοκρασία. Γενικά $U \sim N^* k_B T$, όπου N^* ο αριθμός σωματιδίων που μπορούν να διεγερθούν θερμικά όταν η θερμοκρασία είναι T .

Για ηλεκτρόνια, $N^* = \int_{E_F}^{E_F+k_B T} 2\rho(E)dE \approx 2\rho(E_F)k_B T$ επειδή το $k_B T$ είναι συνήθως 100000 φορές μικρότερο από την E_F . Άρα $U_e \sim 2\rho(E_F)k_B^2 T^2$ κι επομένως η παράγωγός του θα είναι $C_{V\eta\lambda} \sim T$ ανεξάρτητα από την μορφή που έχει η $\rho(E)$. Άρα $\alpha = 1$.

Για φωνόνια, $N^* = \int_0^{k_B T} \phi(\epsilon)d\epsilon \sim \int \epsilon^3 d\epsilon \sim (k_B T)^4$. Άρα $U_\phi \sim k_B^5 T^5$ κι επομένως η παράγωγός του θα είναι $C_{V\phi} \sim T^4$ Άρα $\beta = 4$.

Η άσκηση λύνεται και με άλλους τρόπους.

Θέμα 2:

$$\frac{\Delta U}{\Delta T} = C_V \text{ και } Q = \Delta U \Rightarrow \Delta T = Q/C_V = \frac{200\text{J/s} \cdot 60\text{s}}{0.389\text{J/g/K}150\text{g}} = 206 \text{ K.}$$

Θέμα 3:

$$V = 150\text{g}/(7.14\text{g/cm}^3) = 21.0\text{cm}^3.$$

$$P = -B \frac{\Delta V}{V} = -B \frac{V' - V}{V} = -59.8\text{GPa} \frac{20\text{cm}^3 - 21.0\text{cm}^3}{21.0\text{cm}^3} = 0.570 \text{ GPa} =$$

$$= 0.570 \cdot 10^9 \text{ Pa} = 0.570 \cdot 10^9 / 101325 \text{ atm} = 5620 \text{ atm.}$$

Θέμα 4:

Έστω B' , r'_s το μέτρο ελαστικότητας και η ακτίνα Seitz στην άλλη στερεά φάση. Επειδή

$$B \sim \frac{1}{r_s^5} \Rightarrow \frac{B'}{B} = \frac{\frac{1}{r_s'^5}}{\frac{1}{r_s^5}} = \frac{r_s^5}{r_s'^5} = \frac{r_s^5}{1.1r_s^5} = \frac{1}{1.1^5} = 0.621 \Rightarrow B' = 0.621 \cdot 59.8\text{GPa} = 37.1\text{GPa.}$$