

A

**ΘΕΜΑ 1 (7 μονάδες)**

Σε κάποιο **δισδιάστατο (2D)** στερεό η σχέση μεταξύ της ενέργειας και του κυματοδιανύσματος είναι  $E = \hbar ck$  με  $k = |\vec{k}|$ .

(α) (2 μονάδες) Δείξτε ότι η ενέργεια Fermi για το στερεό αυτό σε θερμοκρασία  $T = 0$  συναρτήσει της συγκέντρωσης των ηλεκτρονίων  $n_A = N/A$  ( $A$ : επιφάνεια) δίνεται από τη σχέση

$$E_F = \hbar c \sqrt{2\pi n_A}$$

(β) (2 μονάδες) Δείξτε ότι η πυκνότητα καταστάσεως είναι **ευθέως ανάλογη** της ενέργειας ( $\rho(E) \propto E$ ).

(γ) (3 μονάδες) Δείξτε ότι η μέση κινητική ενέργεια ανά ηλεκτρόνιο για  $T = 0K$  συνδέεται με την ενέργεια Fermi με τη σχέση:

$$K_e = \frac{2}{3} E_F$$

**ΘΕΜΑ 2 (3 μονάδες)**

Υπολογίστε χρησιμοποιώντας το μοντέλο Jellium τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων για ένα στερεό Χρυσού ( $Au$ ), για το οποίο το μέτρο ελαστικότητας είναι ίσο με  $B = 173$  GPa. Δίνονται η σταθερά του μοντέλου Jellium  $\alpha = 1.1\hbar^2/m$  και το μέτρο ελαστικότητας  $B = (1/6\pi)\alpha/r_s^5$ .

**Σταθερές**

$$\hbar = 1.06 \times 10^{-34} J \cdot s = 6.58 \times 10^{-16} eV \cdot s, \quad m = 9.1 \times 10^{-31} kg, \quad mc^2 = 0.5 \times 10^6 eV$$

$$1eV = 1.6 \times 10^{-19} J, \quad c = 3 \times 10^8 m/s, \quad \hbar c \simeq 1973 eV \cdot \text{\AA}$$

**B**

**ΘΕΜΑ 1 (3 μονάδες)**

Υπολογίστε τη παράμετρο  $\gamma$  του μοντέλου Jellium για ένα στερεό Αργύρου ( $Ag$ ), για το οποίο το μέτρο ελαστικότητας είναι ίσο με  $B = 100.7 GPa$ . Δίνονται η σταθερά του μοντέλου Jellium  $\alpha = 1.1\hbar^2/m$  και το μέτρο ελαστικότητας  $B = (1/6\pi)\alpha/r_s^5$ .

**ΘΕΜΑ 2 (7 μονάδες)**

Σε κάποιο τρισδιάστατο (3D) στερεό η σχέση μεταξύ της ενέργειας και του κυματοδια-  
νύσματος είναι  $E = \hbar ck$  με  $k = |\vec{k}|$ .

(α) (2 μονάδες) Δείξτε ότι το μικρότερο μήκος κύματος de Broglie ( $\lambda = 2\pi/k$ ) που μπορεί να έχει ένα ηλεκτρόνιο στο στερεό αυτό, για θερμοκρασία  $T = 0$ , ως συνάρτηση της συγκέν-  
τρωσης των ηλεκτρονίων  $n = N/V$  δίνεται από τη σχέση

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{(3\pi^2 n)^{1/3}}$$

(β) (2 μονάδες) Δείξτε ότι η πυκνότητα καταστάσεων είναι **ανάλογη του τετραγώνου** της  
ενέργειας ( $\rho(E) \propto E^2$ ) για το στερεό αυτό.

(γ) (3 μονάδες) Δείξτε ότι η μέση κινητική ενέργεια ανά ηλεκτρόνιο για  $T = 0K$  συνδέεται με  
την ενέργεια Fermi με τη σχέση:

$$K_e = \frac{3}{4}E_F$$

**Σταθερές**

$\hbar = 1.06 \times 10^{-34} J \cdot s = 6.58 \times 10^{-16} eV \cdot s$ ,  $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$ ,  $mc^2 = 0.5 \times 10^6 eV$   
 $1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$ ,  $c = 3 \times 10^8 m/s$ ,  $\hbar c \simeq 1973 eV \cdot \text{\AA}$

Γ

**ΘΕΜΑ 1 (7 μονάδες)**

Σε ένα μονοδιάστατο (1D) στερεό η σχέση μεταξύ της ενέργειας και του κυματοδιανύσματος είναι  $E = \hbar ck$  με  $k = |\vec{k}|$ .

(α) (2 μονάδες) Δείξτε ότι η μέγιστη ορμή ( $p = \hbar k$ ) που μπορεί να έχει ένα ηλεκτρόνιο του στερεού αυτού, για θερμοκρασία  $T = 0K$ , ως συνάρτηση της συγκέντρωσης των ηλεκτρονίων  $n_L = N/L$  ( $L$ : μήκος) δίνεται από τη σχέση:

$$p_F = \hbar \frac{\pi n_L}{2}$$

(β) (2 μονάδες) Δείξτε ότι η πυκνότητα καταστάσεων για το στερεό αυτό είναι ανεξάρτητη της ενέργειας ( $\rho(E) \propto \text{constant}$ ).

(γ) (3 μονάδες) Δείξτε ότι η μέση κινητική ενέργεια ανά ηλεκτρόνιο για  $T = 0K$  συνδέεται με την ενέργεια Fermi με τη σχέση:

$$K_e = \frac{1}{2} E_F$$

**ΘΕΜΑ 2 (3 μονάδες)**

Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων σε ένα στερεό Ψευδαργύρου ( $Zn$ ) είναι  $n = 13.2 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ . Υπολογίστε το μέτρο ελαστικότητας  $B = (1/6\pi)\alpha/r_s^5$  σε  $GPa$ . Δίνεται η σταθερά του μοντέλου Jellium  $\alpha = 1.1\hbar^2/m$ .

**Σταθερές**

$\hbar = 1.06 \times 10^{-34} J \cdot s = 6.58 \times 10^{-16} eV \cdot s$ ,  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$ ,  $m_e c^2 = 0.5 \times 10^6 eV$   
 $1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$ ,  $c = 3 \times 10^8 m/s$ ,  $\hbar c \simeq 1973 eV \cdot \text{\AA}$