

Φυσική στερεάς κατάστασης: Ασκήσεις 27/11/14

Θέμα 1 Η ενέργεια του στερεού λόγω κίνησης των ιόντων δίνεται από την

$$U_i = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon \left(n(\epsilon) + \frac{1}{2} \right) \phi(\epsilon) d\epsilon,$$

όπου $n(\epsilon)$ δίνεται από την κατανομή Bose και $\phi(\epsilon)$ είναι η πυκνότητα μονοφωνονιακών καταστάσεων.

(α) Βρείτε μια προσεγγιστική έκφραση για την U_i σε ψηλές θερμοκρασίες, $\beta\epsilon \ll 1$. (Υπόδειξη: πάρτε το ανάπτυγμα Taylor του $\epsilon n(\epsilon)$). Έπειτα, αποδείξτε ότι, σε ψηλές θερμοκρασίες,

$$C_V \equiv \frac{\partial U_i}{\partial T} \approx 3N_i k_B \left(1 - \frac{F}{T^2} \right), \quad \text{όπου} \quad F = \frac{1}{36N_i k_B^2} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon^2 \phi(\epsilon) d\epsilon.$$

(β) Δείξτε ότι στο μοντέλο Debye η σταθερά F του ερωτήματος (α) έχει την τιμή $F = \frac{\Theta_D^2}{20}$. Δίνεται το ανάπτυγμα Taylor:

$$f(x+x_0) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{2!} f''(x_0)(x-x_0)^2 + \dots \Rightarrow \frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{12} - \dots$$

Θέμα 2 Ο μέσος αριθμός φωνονίων σε ένα υλικό δίνεται από την σχέση

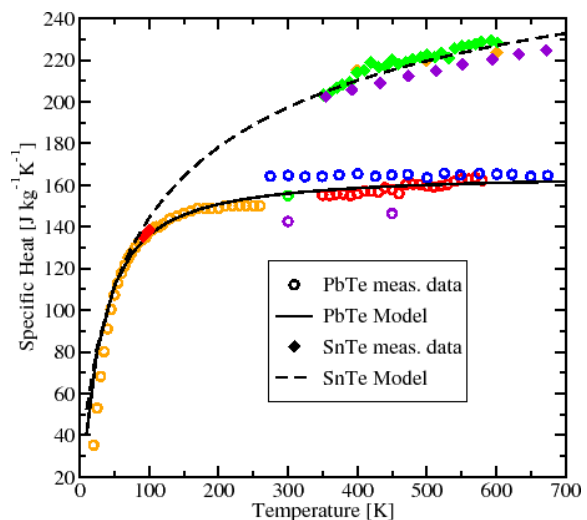
$$N_\phi = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\epsilon) n(\epsilon) d\epsilon,$$

όπου ϵ η ενέργεια ενός φωνονίου, $\phi(\epsilon)$ η πυκνότητα καταστάσεων και $n(\epsilon)$ ο μέσος αριθμός φωνονίων σε κατάσταση με ενέργεια ϵ από την κατανομή Bose-Einstein.

Υπολογίστε πόσα φωνόνια υπάρχουν σε θερμοκρασία $T = 10$ K σε ένα κυβικό νανοσωματίδιο Ag πλευράς $L = 180$ nm. Δίνεται $\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2.404$ και για τον Ag: $\Theta_D = 215$ K, $n_i = 5.9 \cdot 10^{28} \text{m}^{-3}$

Θέμα 3 Η διπλανή εικόνα δείχνει την θερμοχωρητικότητα ανά μονάδα μάζας ($c = C_V/M$) στο PbTe, μετρημένη με διάφορες πειραματικές τεχνικές, σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας. Εκτιμήστε την θερμοκρασία Debye στο PbTe από αυτά τα δεδομένα.

Αγνοήστε την άνω διακεκομμένη γραμμή και τα σημεία που αφορούν το SnTe.



Πηγή εικόνας: Martin Wagner, διδακτορική διατριβή, Technische Universität Wien, 2007.

Θέμα 4 (α) Σε ένα πείραμα βρέθηκε ότι απαιτούνται 0.03 cal θερμότητας για να ανέβει η θερμοκρασία 1 gr Au κατά 1 ° C, σε θερμοκρασία δωματίου. Μπορείτε να βρείτε το ατομικό βάρος του Au με αυτό το δεδομένο?

(β) Υπολογίστε πόση ενέργεια πρέπει να δώσουμε σε ένα χρυσό αντικείμενο μάζας 10 g για να ανέβει η θερμοκρασία του κατά 10 °C. Το αποτέλεσμα να δοθεί σε cal. (1 cal = 4.184 J, $k_B = 1.4 \cdot 10^{-23}$ J/K, $R=8.31$ J/(mol K)).

Θέμα 5

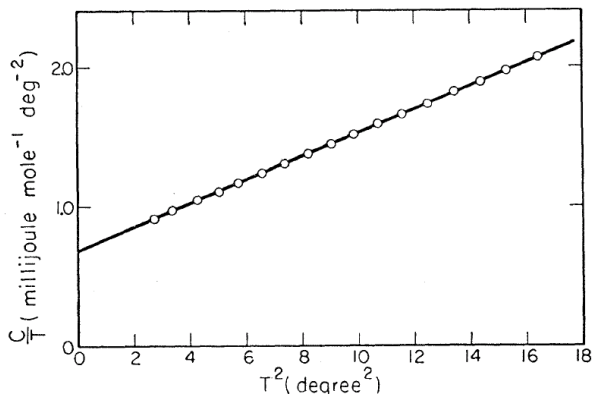


FIG. 2. Heat capacity of ordered Cu₃Au.

Στο διπλανό σχήμα εικονίζονται μετρήσεις της θερμοχωρητικότητας στο κράμμα Cu₃Au, από το άρθρο του J. A. Rayne (Phys. Rev. **108**, 649 (1957)).

(α) Χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις αυτές, υπολογίστε την ενέργεια Fermi, τη θερμοκρασία Debye, τη συγκέντρωση ιόντων και ηλεκτρονίων και την ταχύτητα του ήχου.

Δίνονται: $\zeta = 1$, $C_{V\eta\lambda} = \frac{\pi^2 N k_B T}{2T_F}$,
 $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$, $q_D = (6\pi^2 n_i)^{1/3}$,
 $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$, $\Theta_D = \hbar c q_D / k_B$.

Θέμα 6 Πώς εξαρτάται από τη θερμοκρασία η θερμοχωρητικότητα ενός διδιάστατου μωνωτικού συστήματος για (α) πολύ χαμηλή και (β) πολύ υψηλή θερμοκρασία? Δίνεται ότι σε 2Δ η πυκνότητα καταστάσεων φωνονίων είναι $\phi(\epsilon) \sim \epsilon$.

Θέμα 7 Υπολογίστε τη θερμοχωρητικότητα 1 mol Au στους 15 και στους 300K.